

文章编号 1004-924X(2007)02-0237-06

并联机床的灵巧度评价指标及其应用

陈修龙^{1,2},赵永生²,鹿玲²

(1. 山东科技大学 机电学院, 山东 青岛 266510;

2. 燕山大学 机械工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘要:研究了并联机床的灵巧度评价指标及其在实际加工中的应用。介绍了一种新型的五自由度并联机床,该机床机构具有五个驱动分支和一个约束分支,可以实现三维移动和二维转动。建立了该机床机构的雅可比矩阵,得到了三个影响机床机构灵巧度的指标,即条件数、最小奇异值、可操作性;并通过对这三个并联机床灵巧度评价指标进行分析,定义了两个灵巧度的综合评价指标-综合灵巧度系数和综合灵巧度,分别作为评价不同位形下灵巧度和整个刀位文件灵巧度的指标。最后,介绍了在实际加工中对不同加工轨迹的灵巧度进行综合评价的方法。实验结果表明:机床实际加工 $\phi 100$ 平面圆,对各向同性有较高要求时的最优加工轨迹为 $z=650$ mm,保证了机床加工过程中应具有良好运动和动力学性能的要求。

关键词:并联机床;雅可比矩阵;综合灵巧度系数;综合灵巧度

中图分类号:TH113 **文献标识码:**A

Dexterity measures of parallel machine tool and its application

CHEN Xiu-long^{1,2}, ZHAO Yong-sheng², LU Ling²

(1. *College of Mechanical and Electronic Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266510, China;*

2. *College of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China*)

Abstract: In order to study on dexterity measures of parallel machine tool(PMT) and its application in real processing, a novel 5-Degrees of Freedom (DOF) fully PMT consisting of five actuating limbs and one passive constraint limb is introduced, and its Jacobian matrix is established. The Jacobian matrix is used to define three dexterity measures: conditional number, the smallest singular value and operation. By analyzing three dexterity measures of parallel machine tools, two terms named comprehensive dexterity coefficient and comprehensive dexterity degree are defined to evaluate the dexterity of various configurations and whole cutter location file respectively. Finally, the method for evaluating the dexterity under various tool trajectories is introduced. Experimental results indicate that a relatively optimal trajectory z is 650 mm with a higher isotropy in real processing of circle(radius as 100 mm). It can satisfy the machine requirement of performance of motion and dynamics.

Key words: PMT; Jacobian matrix; comprehensive dexterity coefficient; comprehensive dexterity degree

收稿日期:2006-07-12;修订日期:2006-09-27.

基金项目:河北省自然科学基金资助项目(No. 503287)

1 引言

并联机床是机器人技术和机床结构技术结合的产物,它具有刚度重量比大、环境适应性强、响应速度快、技术附加值高等特点^[1-3]。自 20 世纪 90 年代中期问世以来,不过数年时间,便迅速发展起来。并联机床的灵巧度是衡量输入与输出运动(力)之间传递精度和评价机床运动学性能的重要指标,也是尺度参数设计的重要依据^[4,5]。

目前,通常用雅克比矩阵的条件数即雅克比矩阵的最大和最小奇异值的比值,作为并联机构的灵巧度指标^[6,7]。对灵巧度的研究也主要集中在灵巧度在工作空间内的分布规律,构造灵巧度的解析模型方面^[8-10]。由于并联机床的刀具在作业空间的不同位置、同一位置下的不同姿态和同一位形下的不同方向上,其灵巧度存在很大差异。所以,在机床编程和控制中,一个能够定量评价各种位形下灵巧度的指标,以及如何把灵巧度指标应用到并联机床的轨迹规划上都是急需解决的问题。

本文以 5-UPS-PRPU 并联机床为结构模型,建立了该并联机构的雅可比矩阵;提出了综合灵巧度系数和综合灵巧度的概念;根据制造业的特殊应用背景,提出利用综合灵巧度系数和综合灵巧度指标来评价并联机床各种位形下和整个刀位文件的灵巧度,并结合具体加工实例对以上分析进行了应用和验证。

2 并联机床机构及其雅可比矩阵

5-UPS-PRPU 并联机床机构是一种三维移动两维转动五轴并联机构,由动平台、定平台、连接动平台和定平台的分支等组成。动平台通过五个结构完全相同的驱动分支 UPS(虎克铰-移动副-球副)以及一个约束分支 PRPU(移动副-转动副-移动副-虎克铰)与定平台相连接。约束分支限制了动平台绕其自身法线的转动。通过改变五个驱动杆的杆长值,动平台可在一定范围内实现不同的位置和姿态,使安装在动平台上的刀具完成 3 轴至 5 轴的切削加工。机床的机构简图,见图 1。

如图 2 所示,在定平台坐标系中, $v_{BO,A}$ 为动平台中心点 O_B 的线速度; $\omega_{B,A}$ 为动平台的角速度;

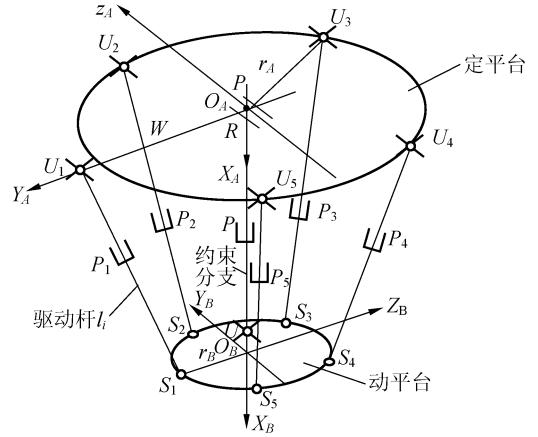


图 1 5-UPS-PRPU 并联机床机构简图

Fig. 1 Mechanism diagram of 5-UPS/PRPU PMT

$r_{i,A}$ 为铰点 S_i 相对于 O_B 的矢径; $v_{S_i,A}$ 为铰点 S_i 的速度; n_i 为杆 L_i 的单位方向矢量; \dot{l}_i 为杆 L_i 的杆长变化速率,即关节驱动速度,其中 $i=1,2,\dots,5$ 。

$$v_{S_i,A} = v_{BO,A} + \omega_{B,A} \times r_{i,A}, \quad (1)$$

$$\dot{l}_i = v_{S_i,A} \cdot n_i = [n_i^T (r_{i,A} \times n_i)^T]^T \begin{bmatrix} v_{BO,A} \\ \omega_{B,A} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

对于全部 5 个驱动支链,有

$$\dot{L} = [J_A] \begin{bmatrix} v_{BO,A} \\ \omega_{B,A} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中 $\dot{L} = [\dot{l}_1 \quad \dot{l}_2 \quad \dot{l}_3 \quad \dot{l}_4 \quad \dot{l}_5]^T$,

$$[J_A] = \begin{bmatrix} n_1^T & (r_{1,A} \times n_1)^T \\ n_2^T & (r_{2,A} \times n_2)^T \\ n_3^T & (r_{3,A} \times n_3)^T \\ n_4^T & (r_{4,A} \times n_4)^T \\ n_5^T & (r_{5,A} \times n_5)^T \end{bmatrix},$$

雅可比矩阵 $[J_A] \in R^{5 \times 6}$ 是动平台六维速度与关节驱动速度矢量之间的雅可比矩阵,它只适用于由工作空间向关节空间的速度映射,即当给定动平台上刀具的进给速度,可以唯一得到五个驱动支链的驱动速度;而当给定各关节驱动速度,则由式(3)不能得到唯一的动平台六维速度。

动平台角速度 $\omega_{B,A} = [\omega_{Bx,A} \quad \omega_{By,A} \quad \omega_{Bz,A}]^T$ 也可以用表示动平台姿态参数的 $z-y-x$ 欧拉角 (α, β, γ) 对时间的导数 $\omega_{\alpha\beta\gamma,A} = [\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{\gamma}]^T$ 来表示,即

$$\omega_{B,A} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \cos \beta \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \sin \beta \\ 1 & 0 & -\sin \beta \end{bmatrix} \omega_{\alpha\beta\gamma,A}, \quad (4)$$

因为在本机构中 $\gamma=90^\circ$, 所以 $\dot{\gamma}=0$, 则

$$\begin{bmatrix} \omega_{Bx,A} \\ \omega_{By,A} \\ \omega_{Bz,A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin \alpha \\ 0 & \cos \alpha \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

根据式(5)可将动平台的六维速度表示为

$$\begin{bmatrix} v_{BO,A} \\ \omega_{B,A} \end{bmatrix} = [T_\omega] \begin{bmatrix} v_{BO,A} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中

$$[T_\omega] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

将式(6)代入式(3), 可得到

$$\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} v_{BO,A} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中 $\mathbf{J} = [\mathbf{J}_A] \mathbf{T}_\omega \in R^{5 \times 5}$ 为适用于欧拉角转速形式的雅可比矩阵。

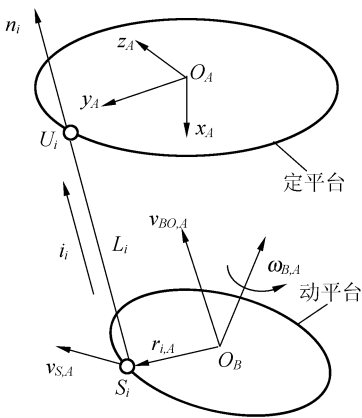


图2 运动速度分析示意图

Fig. 2 Velocity diagram of the mechanism

雅可比矩阵 \mathbf{J} 描述了五个驱动杆与动平台速度之间的齐次变换关系。在一般位形下, 该雅可比矩阵是非奇异的, 表明对于该并联机床, 关节空间和工作空间之间的速度映射为一一映射, 即当给定动平台上刀具的进给速度, 可以唯一得到五个驱动支链的驱动速度, 同样当给定五个驱动支链的驱动速度时, 也可以唯一得到动平台上刀

具的进给速度。因此可以在并联机床的工作空间规划刀具在加工过程中的进给速度, 通过该矩阵得到在并联机床的关节空间中驱动杆的驱动速度, 从而实现对机床加工过程中动平台上刀具进给速度的控制。

雅可比矩阵所描述的是各种映射关系, 在评价机床的性能指标时, 一方面由于映射的放大倍数会随着量纲的改变而改变, 另一方面由于映射的放大倍数与量纲无关量同与量纲有关量在整体映射向量中的相对比重也会发生很大变化, 这就给对机构的性能的正确评价带来困难。为此需要引入无量纲雅可比矩阵 $[\mathbf{J}^*]$ 如下

$$[\mathbf{J}^*] = \begin{bmatrix} n_1^T & (r_1^0 \times n_1)^T A \\ n_2^T & (r_2^0 \times n_2)^T A \\ n_3^T & (r_3^0 \times n_3)^T A \\ n_4^T & (r_4^0 \times n_4)^T A \\ n_5^T & (r_5^0 \times n_5)^T A \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中 $r_i^0 = k \cdot r_i / R$ 为动平台球铰无量纲矢径^[11], $R=200 \text{ mm}$, k 为比例因子, k 越大, 则旋转变量所占的比重就越大, 一般情况下取 $k=1$, n_i 为五个驱动杆 L_i 的单位化, r_i 为铰点 S_i 相对于 O_B 的矢

径, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin \alpha \\ 0 & \cos \alpha \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 为用欧拉角转速表示的等效

角速度矢量与用直角坐标表示的角速度矢量的转

换矩阵, 即 $\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix}$ 。

通过利用修正以后的雅可比矩阵计算出的条件数、最小奇异值的倒数、可操作性的倒数三个性能评价指标的值都在一个数量级以内^[12,13] (相差不大)。本文在对机床进行灵巧度分析时, 用到的雅可比矩阵是无量纲雅可比矩阵 $[\mathbf{J}^*]$ 。

3 灵巧度的度量指标

雅可比矩阵表示由操作速度到关节速度的线性映射, 映射后矢量长度的极值可以从度量特征上表征并联机床的运动学性能。这些极值被定义为雅可比奇异值, 即

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i(\mathbf{J}^{*T}\mathbf{J}^*)} \quad i=1,2,\dots,5, \quad (9)$$

其中 \mathbf{J}^* — 雅克比矩阵

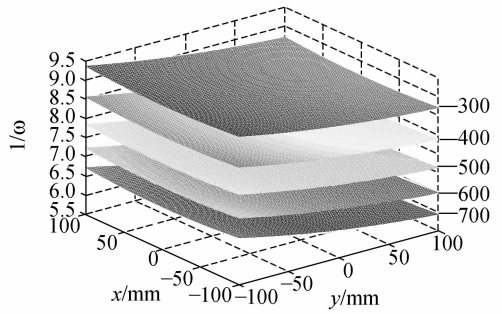
若并联机床处于某一位形时至少有一个奇异值为零,则说明为了产生相应特征方向操作速度所需的关节速度为零。换言之,有限的关节速度将导致操作速度趋于无穷。为此,通常称对应至少有一奇异值为零的位形为奇异位形,其在数学上表现为雅克比矩阵的行列式为零,而物理意义则可解释为末端执行器将添加至少一个不可控自由度。利用无量纲雅克比矩阵的奇异值可构造如下 3 种灵巧度评价指标:

(1) 条件数: $k = \sigma_{\max}/\sigma_{\min}$; 为了趋于各向同性, 应使 $k \rightarrow \min$ 。

(2) 最小奇异值: σ_{\min} ; 为了控制操作速度上界, 应使 $\sigma_{\min} \rightarrow \max$, 即 $1/\sigma_{\min} \rightarrow \min$ 。

(3) 可操作性: $\omega = |\det \mathbf{J}^*| = \sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_5$; 若奇异值上界有限, 则为了避免奇异位形, 应使 $\omega \rightarrow \max$, 即 $1/\omega \rightarrow \min$ 。

下面以 5-UPS-PRPU 并联机床为例, 分别针对三个灵敏度指标进行考查。图 3 所示为刀具的三个姿态转角为 0 (两个欧拉角分别为 0) 时, 条件数、最小奇异值的倒数、可操作性的倒数的分布。



(c) 可操作性的倒数

(c) Reciprocal of operation

图 3 灵巧度的度量指标

Fig. 3 Dexterity measures

4 灵巧度的综合评价指标

在评价一个位形的灵巧度时, 单独采用哪一个指标都有局限性。因此, 提出了综合灵巧度系数 e 的概念

$$e = m_1 k + m_2 / \sigma_{\min} + m_3 / \omega, \quad (10)$$

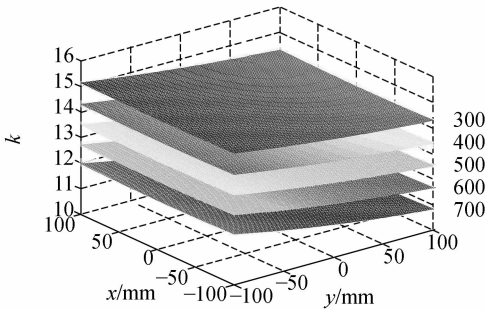
式中 m_1, m_2, m_3 分别为 $k, 1/\sigma_{\min}, 1/\omega$ 的加权因子。

评价机床位形的灵巧度时, e 是一个全面的指标。在加工中, 可以通过确定 m_1, m_2, m_3 的取值, 反映对加工灵巧度的要求。例如, 希望某一位形下各向同性, m_1 可取较大的值。如果希望刀具对于驱动杆运动的响应快, m_2 取较大的值。在控制中, e 值较小的位形灵巧度好, e 值越大, 位形灵巧度越差。在数控编程中, 给定加工位置, 可以利用 e 来计算灵巧度好的刀具位姿。

对于一个包含多个刀具位形的加工文件来讲, 不可能使每个位形的综合灵巧度系数达到最优, 存在整体优化的问题。下面引入综合灵巧度的概念, 对于一组动平台位形, 每个位形下综合灵巧度系数的加权平均值被称为该组位形的综合灵巧度, 用符号 E 表示

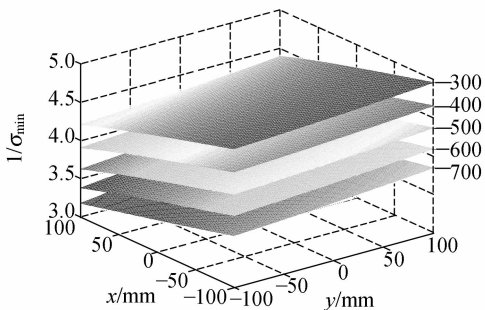
$$E = \frac{\sum_{i=1}^n a_i e_i}{n}, \quad (11)$$

式中 n —位形个数; a_i —每个位形的加权因子区域, a_i 可以设置的较低, a_i 反映了加工中对灵巧度的不同要求, 对灵巧度要求高的区域, a_i 可以设置的较高, 对于灵巧度要求一般的。



(a) 条件数

(a) Conditional number

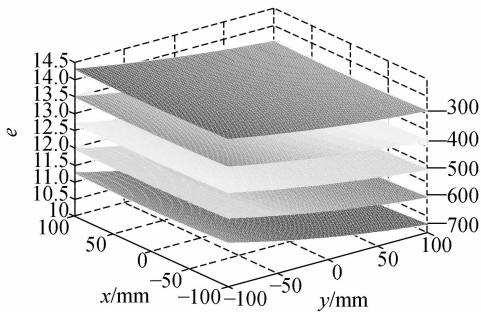


(b) 最小奇异值的倒数

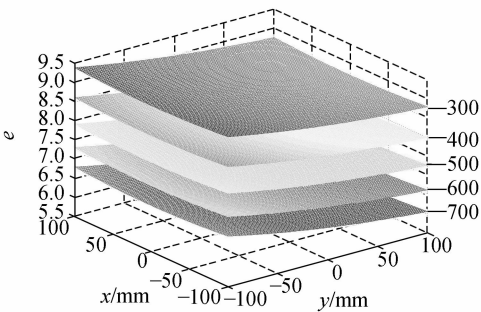
(b) Reciprocal of the smallest singular value

5 试验分析

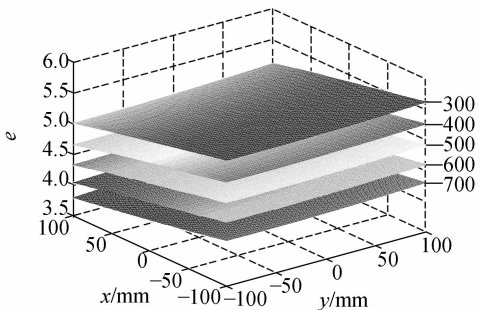
以 5-UPS-PRPU 并联机床为结构模型,图 4 所示为刀具的两个欧拉角分别设为 $0, k, 1/\sigma_{\min}$ 和 $1/\omega$ 取不同加权因子时 E 在作业空间中的分布情况。由图 4 可知,如果要机床具有各向同性,要机床具有较好的响应速度和可操作性,都应该将工件放置在作业空间的上部。对于一个给定的加工



(a) $m_1 = 0.90, m_2 = 0.05, m_3 = 0.05$



(b) $m_1 = 0.05, m_2 = 0.90, m_3 = 0.05$



(c) $m_1 = 0.05, m_2 = 0.05, m_3 = 0.90$

图 4 综合灵巧度系数 e

Fig. 4 Comprehensive dexterity coefficient

路径,工件装卡位置不同,对应的机床运动轨迹也不同。

以机床实际加工一个 $\phi 100$ 的平面圆为例,利用指标对 E 相应刀具运动轨迹的灵巧度进行评价,最终确定一个最佳轨迹。根据作业空间的要求, z 的取值范围为 $100 \sim 700$ 。由于加工过程中对各向同性有较高的要求,因此将综合灵巧度系数的三个权值分别确定为 $m_1 = 0.9, m_2 = 0.05, m_3 = 0.05$ 。从加工位形中选取 8 个,分别是 $(49.992, 0.873, z, 0, 0)$ 、 $(47.815, 14.619, z, 0, 0)$ 、 $(45.677, 20.337, z, 0, 0)$ 、 $(41.934, 27.232, z, 0, 0)$ 、 $(38.857, 31.466, z, 0, 0)$ 、 $(30.783, 39.401, z, 0, 0)$ 、 $(18.730, 46.359, z, 0, 0)$ 、 $(8.682, 49.240, z, 0, 0)$,将 a_i 均设为 1。图 5 描述了随着 z 的变化, E 的变化情况。从图中可以看出 z 的值越大,机床的灵巧度越好。在实际加工时, z 取为 650。

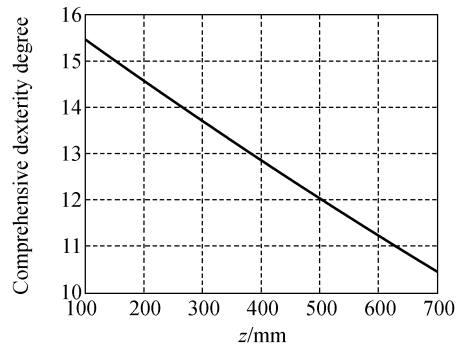


图 5 综合灵巧度 E 随 z 变化情况

Fig. 5 Condition of Comprehensive dexterity degree changing with z

6 结 论

对于一个并联机构,条件数反映了各向同性;最小奇异值反映了刀具对于驱动杆运动的响应速度;可操作性反映了机构的奇异状态。针对一个具体的位形,定义了综合灵巧度系数,可以适当的调整 3 个灵巧度指标的权值,以此反映加工的不同要求。针对一组加工位形,定义了综合灵巧度,这个指标可以全面的评价一组加工轨迹的灵巧度,并做了实验。实验结果证明:在实际加工 $\phi 100$ 的平面圆时,确定的机床加工过程中对各向同性有较高要求时的最优加工轨迹为 $z = 650$ mm。

参考文献:

- [1] 汪劲松, 黄田. 并联机床行业面临的机遇与挑战[J]. 中国机械工程, 1999, 10(10):1103-1107.
WANG J S, HUANG T. Parallel machine tool forthcoming opportunity and challenge to the machine tool industry [J]. *China Mech. Eng.*, 1999, 10(10):1103-1107. (in Chinese)
- [2] 金振林, 李研彪. 3-P-2SS 球平台机器人的运动传递性分析[J]. 光学精密工程, 2006, 14(4):658-660.
JIN ZH L, LI Y B. Kinematic transmission property of a novel 3-P-2SS spherical platform manipulator[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(4):658-660. (in Chinese)
- [3] 陈修龙, 赵永生, 鹿玲. 并联机器人坐标测量机仿真建模的实现[J]. 光学精密工程, 2006, 14(6):1025-1031.
CHEN X L, ZHAO Y SH, LU L. Research on novel parallel robot coordinate measuring machine simulation modeling[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(6):1025-1031. (in Chinese)
- [4] 黄田, 汪劲松. Stewart 并联机器人局部灵活度与各向同性条件解析[J]. 机械工程学报, 1999, 35(5):41-46.
HUANG T, WANG J S. Closed form solution to the local dexterity and isotropy of stewart parallel manipulators [J]. *Chin. J. Mech. Eng.*, 1999, 35(5):41-46. (in Chinese)
- [5] 金振林, 高峰. 一种正交并联机器人的灵巧度指标及其分布[J]. 机械设计, 2001, 18(7):19-22.
JIN ZH L, GAO F. Automaticity index and its distribution of a kind of parallel orthogonal robot[J]. *Mach. Des.*, 2001, 18(7):19-22. (in Chinese)
- [6] 李铁民, 郑浩峻, 汪劲松, 等. 并联机床不同位形下的运动精度评价指标[J]. 机械工程学报, 2002, 38(9):101-105.
LI T M, ZHENG H J, WANG J S, et al.. Precision measures for various configurations of parallel kinematic machine tools[J]. *Chin. J Mech. Eng.*, 2002, 38(9):101-105. (in Chinese)
- [7] GOSSELIN C, ANGRLES J. A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators [J]. *J. Mech. Design.*, 1991, 113(9):220-226.
- [8] 卢强, 张友良. 改型 Stewart 平台性能分析及优化[J]. 中国机械工程, 2001, 12(5):136-138.
LU Q, ZHANG Y L. Analyse and optimize on a kinds of modified stewart platform [J]. *China Mech. Eng.*, 2001, 12(5):136-138. (in Chinese)
- [9] 饶青, 白师贤. 6-6 型 Stewart 机器人的可操作性分析及其定义[J]. 机器人, 1994, 16(6):345-349.
RAO Q, BAI SH X. Manipulability analysis and definition of 6-SPS stewart robot [J]. *Robot*, 1994, 16(6):345-349. (in Chinese)
- [10] 楚中毅, 崔晶, 孙立宁, 等. 双重驱动 2-DOF 平面并联机器人系统的研究[J]. 光学精密工程, 2006, 14(3):456-458.
CHU ZH Y, CUI J, SUN L N. Research of a novel dual-driven 2-DOF planar parallel rotot [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(3):456-458. (in Chinese)
- [11] 刘文涛. 并联机床性能分析与研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2000.
LIU W T. *Research and analysis of the performance about parallel machine tool*[D]. Harbin Institute of Technology, 2000. (in Chinese)
- [12] 田小静. 新型五自由度并联机床的运动学设计及工作空间分析[D]. 燕山大学, 2003.
TIAN X J. *Anlaysia of workpiece and kinematics of a novel parallel machine tool*[D]. Graduate University of Yanshan University, 2003. (in Chinese)
- [13] 王瑜. 5-UPS/PRPU 并联机床工件定位系统的开发[D]. 燕山大学, 2005.
WANG Y. *Development about workpiece's orientational system of 5-UPS/PRPU parallel machine tool*[D]. Graduate University of Yanshan University, 2005. (in Chinese)

作者简介:陈修龙(1976—),男,沧州人,在站博士后,主要从事并联机器人技术, CAD/CAM 技术的研究。E-mail: cxldy99@163.com;

赵永生(1962—),男,吉林人,燕山大学教授,博士生导师,主要从事机器人技术,并联机床及数控系统研究;

鹿玲(1964—),女,浙江人,燕山大学副教授,在读博士,主要从事并联机床及其数控系统研究。